

Sunday Times Teasers

Teaser 2848 by Victor Bryant

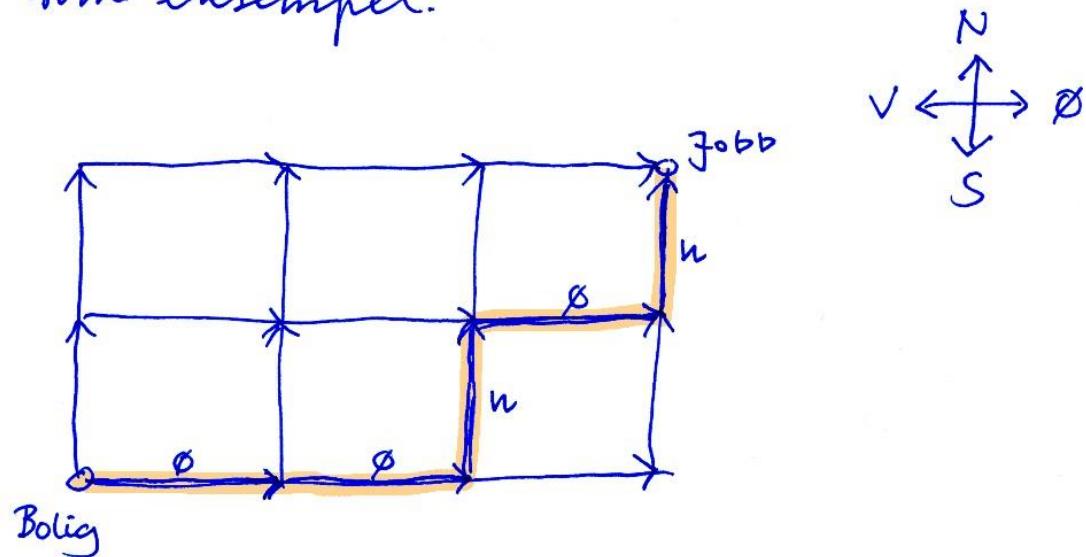
Published April 23 2017

Coffee Breaks

The roads on our estate form a grid consisting of three roads running west-to-east with a number of other roads running south-to-north from the bottom road across the middle road to the top road. I live at the south-west corner of the grid and I work at the north-east corner. Each day I walk to work by one of the various shortest possible routes along the roads: there is a two-figure number of such routes. One quarter of my possible routes pass Caffee Claudius, and one quarter of my routes pass Spenda Coffee (which are on different roads).

How many of my routes pass both the coffee shops?

Her er et tilfeldig antall nord-sør-veier. Jeg lager en tegning med 4 nord-sør-veier som eksempel.



Alle ruter som består av 2 etapper nordover og 3 etapper østover er like lange ruter og samtidig den korteste.

Dine ruter kan være: ØØnØn (som jeg har markert på figuren, eller en hvilken som helst kombinasjon av 3 Ø-er og 2 n-er).

Hvor mange ulike ruter (kombinasjoner) er det?

Det er $\frac{(3+2)!}{3! \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5^2}{7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} = 10$

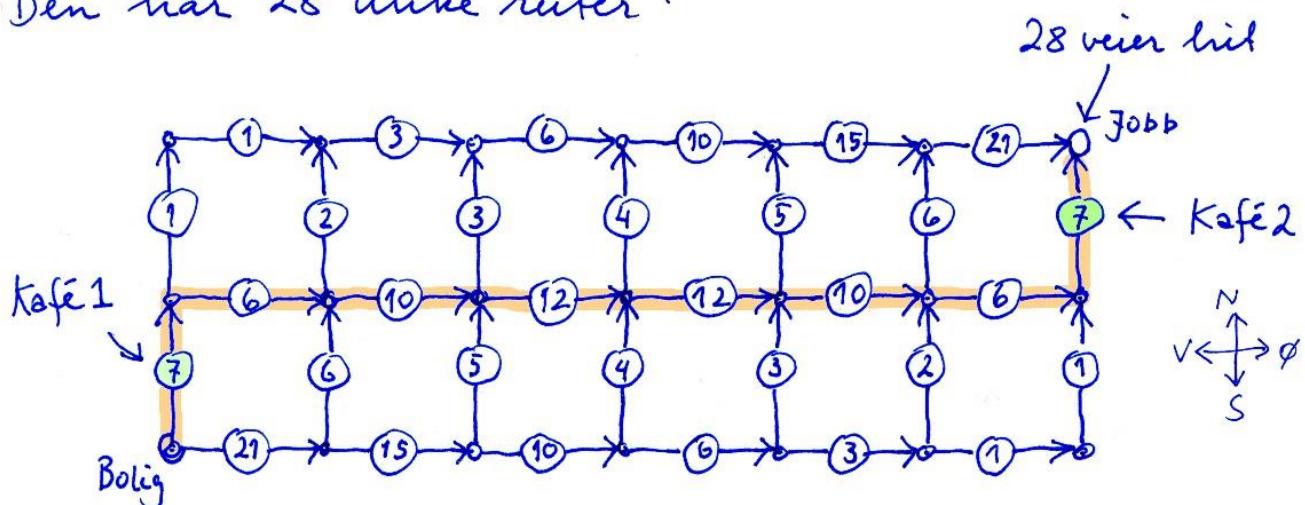
Siden antall nord-sør-veier er ukjent, blir
det $\frac{(x+2)!}{x! \cdot 2!}$.

x må være slik at antall kombinasjoner
er delelig med 4. (Følger av at $\frac{1}{4}$ av antall
ruter går gjennom den ene og den andre kaféen.)

Med et regneark er det lett å vise at dersom
det skal være et to-sifret antall ruter, er
det bare $x=6$ og $x=7$ som gir tall som er
delelig med 4.

$x=6$ varer til 7 nord-sør-veier og $x=7$ varer
til 8 nord-sør-veier.

Jeg har undersøkt situasjonen med 7 n-s-veier:
Den har 28 ulike ruter.



Tallene i sirklene er antall ruter som benytter
det aktuelle veistykke. Jeg har ikke brukt

noen mer elegant metode enn å telle opp hvor hver av de 28 ruteiene går.. Det er jo et tydelig mønster i tallene som antyder at det kan gjøres mer intellegent.

$\frac{28}{4} = \underline{7}$ De to veistrekene der det går 7 ruter er markert med grønt.

Det er kun én rute som passerer begge kaféene
det er: N - Ø - Ø - Ø - Ø - Ø - Ø - N.

(Gjenstår å sjekke for $x=7$, dvs. 8 N-S-veier og 36 ruter)